

Unterrichtsmaterialien zum Thema

Tagebau – mit dem Laser Maß nehmen

JAHRGANGsstufe 9–10

Material für Lehrkräfte

Projektinformation

Diese Unterrichtsmaterialien sind im Rahmen des Projektes „Columbus Eye – Live-Bilder von der ISS im Schulunterricht“ entstanden. Das Projekt Columbus Eye wird von der Raumfahrt-Agentur des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt e.V. mit Mitteln des Bundesministeriums für Wirtschaft und Energie aufgrund eines Beschlusses des Deutschen Bundestages unter dem Förderkennzeichen 50 JR 1703 gefördert. Das übergeordnete Projektziel besteht in der Erarbeitung eines umfassenden Angebots an digitalen

Lernmaterialien für den Einsatz im Schulunterricht. Dieses Angebot umfasst interaktive Lerntools und Arbeitsblätter, die über ein Lernportal zur Verfügung gestellt werden.

Für dieses Lehrermaterial, die dazugehörige App und Schülermaterial gilt: © Columbus Eye (CC BY-NC-ND 2.0 DE)

<http://www.columbuseye.rub.de>



RUHR
UNIVERSITÄT
BOCHUM



Bundesministerium
für Wirtschaft
und Klimaschutz



Übersicht

Jahrgangstufe 9 10

Niveau ● ● ● ● ○

Zeitbedarf 135 Minuten

Autoren Darius Happe,
Connor Vormstein,
Claudia Lindner

Ziele

Die Schülerinnen und Schüler (SuS) sollen...

- Flächeninhalte von Dreiecken, Vielecken, Kreisen und Kreissektoren berechnen,
- Volumen von (Teil-)Körpern sowie zusammengesetzten Körpern schätzen und berechnen,
- mit Hilfe von trigonometrischen Beziehungen Größen berechnen,
- Maßangaben in Sachsituationen ermitteln und für geometrische Berechnungen nutzen
- und Ergebnisse sowie Vorgehensweise bewerten.

Themen

Trigonometrische Beziehungen

Flächeninhalte und Volumen

CO₂-Verursacher und -Senken

Vermessung von der ISS zur Erde

Renaturierungsmaßnahmen

Medien & Material

Arbeitsblatt „Tagebau – mit dem Laser Maß nehmen“

Lehrkräftematerial „Tagebau – mit dem Laser Maß nehmen“

Datei „Einstiegsbild_Tagebau_Hambach“

App „Columbus Eye“ – Part „Tagebau – mit Laser Maß nehmen“



Didaktische Anmerkungen

Kompetenzen

Die nachfolgend aufgeführten Kompetenzbereiche orientieren sich am Kernlehrplan (KLP) des Landes Nordrhein-Westfalen. Im nächsten Abschnitt werden die inhaltlichen Bezüge zu den KLPs anderer Bundesländer tabellarisch hergestellt.

In dieser Unterrichtseinheit schulen die SuS verschiedene Teil-Kompetenzen (Modellieren, Operieren, Problemlösen, Kommunizieren), indem sie...

- eigene Fragen zur CO₂-Ermittlung am Tagebau Hambach stellen, die mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten beantwortet werden können (Mod-2),
- begründet Annahmen treffen und Vereinfachungen der realen Situation vornehmen (Mod-3),
- Größen mithilfe von trigonometrischen Beziehungen berechnen (Pro-6, Pro-10, Ope-9),
- Oberflächeninhalt und Volumen von Körpern, Teilkörpern sowie zusammengesetzten Körpern schätzen und berechnen (Ope-10, Pro-5, Pro-7),
- Flächeninhalte an Kreissektoren berechnen (Ope-8),
- eigene Denkprozesse verbalisieren und eigene Lösungswege beschreiben (Kom-5),
- Arbeitsschritte nachvollziehbar dokumentieren und diese präsentieren (Kom-8),
- Beiträge aufgreifen und sie weiterentwickeln (Kom-9),
- Maßangaben in Sachsituationen ermitteln, diese für geometrische Berechnungen nutzen und die Ergebnisse sowie die Vorgehensweise bewerten (Mod-7, Mod-8, Ope-10).

Lehrplanbezug

Eine Aufführung ausgewählter Bundesländer:

Bundesland	Jahrgangsstufe	Inhalts-/Lernfeld
Baden-Württemberg	9-10	Raum und Form (mit trigonometrischen Beziehungen arbeiten) Messen (Flächeninhalt, Volumen)
Bayern	10	Raumgeometrie
Berlin/Brandenburg	9-10	Größen und Messen (Größenvorstellung, Messen, Rechnen mit Größen)
Hessen	9-10	Raum und Form (Beziehungen zwischen geometrischen Objekten) Größen und Messen
Niedersachsen	9-10	Größen und Messen (Flächeninhalte, Volumen, trigonometrischer Beziehungen)
Nordrhein-Westfalen	9-10	Geometrie (Flächeninhalte, Volumen, trigonometrische Beziehungen)
Thüringen	9-10	Geometrie (Winkel, Seitenlängen, Flächeninhalt, zusammengesetzte Körper, Volumen)
Rheinland-Pfalz	9-10	Messen und Größen (trigonometrische Beziehungen, Berechnungen an Körpern)
Schleswig-Holstein	10	Messen (Trigonometrie, Kreissektoren, Körper; auch Inhalte der vorigen Jahrgänge)

Voraussetzungen

Etwa die Hälfte der SuS sollte die App auf ihrem Gerät verfügbar haben. Die Lerneinheiten in der App werden automatisch von der Hochschulcloud sciebo heruntergeladen. Bei Problemen kann [hier](https://sciebo.de/de/hilfe/sciebo-news.html) (<https://sciebo.de/de/hilfe/sciebo-news.html>) nachgeschaut werden.

Fachlich müssen die SuS in der Lage sein, Flächen- und Volumensberechnungen von einfachen und zusammengesetzten Körpern durchzuführen sowie trigonometrische Beziehungen zu verwenden.

Vorbereitung

Lassen Sie die SuS die App „Columbus Eye“ einige Tage vor der geplanten Stunde herunterladen. Hierzu kann der Link verschickt, der QR-Code ausgeteilt, oder beim Play / App Store in die Suchleiste einfach „Columbus Eye“ eingegeben werden. Der eigentliche Download sollte, um niemandes Datenvolumen zu belasten, von den SuS im heimischen WLAN durchgeführt werden, sofern es kein (zuverlässiges) Schul-W-Lan gibt.

Sobald die App heruntergeladen ist, müssen noch die Daten für den Part „Tagebau – mit dem Laser Maß nehmen“ hinzugeladen werden.

Hinweis: Möglicherweise funktioniert die App nicht auf allen Smartphones, was mit deren Betriebssystemen und -versionen zusammenhängt. Dies stellt jedoch kein Problem dar. Solange jede Kleingruppe in der späteren Bearbeitung des Arbeitsblattes über ein Gerät mit funktionierender „Columbus Eye“-App verfügt, können die Aufgaben problemlos durchgeführt werden.

Stundenverlaufsplan

Zeit	Phase	Unterrichtsgeschehen	Methodisch-didaktischer Kommentar	Sozialform	Medien
5 min	Einstieg	Stummer Impuls mittels Bild	Kognitive Aktivierung, Aktivierung von Vorwissen Bild wirft Fragen auf: Hat die Person recht? Wird durch die Renaturierungsmaßnahmen mehr CO ₂ gebunden als freigesetzt wurde/wird?	UG	Pdf-Datei / Beamer
	Leitfrage	Die Fragestellung der Stunde wird herausgearbeitet.	Die Fragestellung sollte gut sichtbar angeschrieben werden.	UG	Tafel / Beamer
5 min	Vorgehensweise	Gemeinsame Erarbeitung der Vorgehensweise zur Beantwortung der Leitfrage.	Schülerorientiert, d.h. SuS bestimmen notwendige Schritte und Reihenfolge selbst (ggfs. Sind Anpassungen im Material vorzunehmen) Brainstorming: Was müsste man wissen, um die Frage beantworten zu können? (Menge an CO ₂ , die in Sophienhöhe und Hambacher Forst gebunden werden; Kohlemenge und entsprechende CO ₂ -Emissionen; Emissionen durch Abbau etc.) Die gemeinsam erarbeitete Vorgehensweise gliedert die Stunde.	UG	Tafel / Beamer
15 min	Erarbeitung 1	Die SuS erklären, wie mit Hilfe des Sensors GEDI das Gebiet des Tagebaus Hambach vermessen wird, um die notwendigen Daten zur Fragenbeantwortung zu gewinnen.	Inhaltliches Verständnis der Sachsituation und einführende Aufgabe in notwendige Tools für nächste Aufgabe. Das Video hat keinen Ton. Je nach Kenntnisstand der Klasse kann diese Arbeitsphase auch in PA stattfinden. Dann muss die anschließende Zwischensicherung in GA stattfinden.	EA	App / AB Nr. 1 & 2 / Tippkarte
15 min	Erarbeitung 2	Die SuS ermitteln die drei Flächen des Tagebaus Hambach, indem sie geschickt Teilflächen berechnen.	Die SuS zerlegen die Fläche individuell in Teilflächen, die sie mit Hilfe von Formeln für Flächeninhalte und trigonometrischen Beziehungen bestimmen können. Zudem greifen sie auf logische Operationen aus der Mengenlehre zurück.	EA	App / AB Nr. 3 / Tippkarten
5 min	Zwischensicherung	Die SuS vergleichen ihre Ergebnisse mit dem Partner und erklären sich ihre Vorgehensweise.	Die Arbeitsphase dient einerseits der Ergebniskontrolle und andererseits der Metakognition.	PA	AB Nr. 4
5 min	Gruppeneinteilung	Einteilung in Gruppen á 3 oder 4 SuS	Die Gruppen werden für den Rest der Stunde benötigt.	UG	

Zeit	Phase	Unterrichtsgeschehen	Methodisch-didaktischer Kommentar	Sozialform	Medien
40 min	Erarbeitung 3	Die SuS bestimmen die CO ₂ -Menge, die durch den Tagebau Hambach freigesetzt wird, indem sie in Gruppenarbeit ein Verfahren zur Abschätzung des Tagebauvolumens entwickeln. Anschließend reflektieren sie ihr Vorgehen, indem sie Ungenauigkeiten, die durch diese Art der Ermittlung aus dem aktuellen Tagebau zustande kommt, erklären.	Die SuS sollten nicht zu genau bei der Abschätzung arbeiten. Es geht in erster Linie darum, eigenständig ein Verfahren zur Volumenbestimmung zu entwickeln. Individuelle Lösungen sind erwünscht. Gleichzeitig sollte jedoch die Zeit im Auge behalten werden, sodass eine lange Rechnerzeit zu unterbinden ist. Trotz individueller Vorgehensweisen lassen sich ähnliche Ungenauigkeiten in Aufgabenteil d) feststellen.	GA	App / AB Nr. 5 / Tippkarten
10 min	Zwischensicherung + Schätzfrage	Vergleichen der Ergebnisse des Volumens und der auftretenden Ungenauigkeiten durch Vorgehensweise bei CO ₂ -Bestimmung. Die SuS sollen sich in Teams beraten und eine Schätzfrage beantworten: Wie viele Bäume befinden sich auf der Sophienhöhe?	Die Schätzfrage dient der Auflockerung und Motivation ebenso wie der Vorbereitung zur Bestimmung der gebundenen CO ₂ -Menge auf der Sophienhöhe. Als Grundlage dient den SuS die Fläche der Sophienhöhe, die in Aufgabe 3 berechnet wurde. Symbolisch kann das Team, das die beste Abschätzung vorgenommen hat, zum/r Baumkronenkönig/in ernannt werden.	UG	AB Nr. 5 / Material / Beamer / Tafel / Tippkarte
5 min	Erarbeitung 4	Die SuS berechnen die gebundene CO ₂ -Menge auf der Sophienhöhe.	Die SuS nutzen bei der Berechnung der CO ₂ -Menge das Resultat aus der Schätzfrage (ca. 10.000.000 Bäume).	GA	AB Nr. 6
10 min	Erarbeitung 5	Die SuS vergleichen ihre Ergebnisse und nehmen Bezug zur Aussage des Einstiegs.	Vorbereitung zur Beantwortung der Leitfrage; Phase kann auch in Form einer Murrelphase stattfinden.	GA	AB Nr. 7
5 min	Sicherung	Die SuS beantworten die Leitfrage, indem sie zur Aussage der Person des Einstiegsbild Stellung nehmen.	Beantwortung der Leitfrage durch Stellungnahme zum Einstiegsbild. Beantwortung kann weitere Fragen aufwerfen, die Anlass für weitere Diskussionen in anderen Unterrichtsstunden bieten.	UG	Beamer (Einstiegsbild)

Inhaltliche Vertiefung

Hinweis: Der Tagebau Hambach eignet sich auch als Exkursionsziel. Es werden auch Führungen angeboten.

Zur vertieften Auseinandersetzung mit den Lerninhalten bieten sich neben einem Blick in GoogleEarth  zudem folgende Lernvideos von FIS / ESERO Germany an (<https://esero.de/materialien/lernfilme>):

- Erdbeobachtung von der ISS

Kurzbeschreibung: Ganze 400 km von unserer Erde entfernt, befindet sich die Internationale Raumstation, die ISS. Binnen 92 min umkreist die fußballfeldgroße Station unseren Planeten und ist seit dem Jahr 2000 ständig bewohnt. Sie bietet ein einzigartiges Potential für die Forschung in verschiedensten naturwissenschaftlichen Gebieten – und auch für die Erdbeobachtung! Werfen wir also einen kurzen Blick auf einige wichtige Sensorsysteme, die sich auf der ISS befinden und mit ihren Missionen die Beobachtung und die Erforschung unseres Planeten vorantreiben.

Direktlink: <https://fis.rub.de/lernvideo/erdbobachtung-von-der-iss>

- Von der Mikrowelle zum Radarbild – Farblose Fernerkundung aus dem Weltraum

Kurzbeschreibung: Mikrowellen sind nicht nur praktische viereckige Geräte auf dem Küchenschrank, die das Mittagessen von gestern aufwärmen, sondern sie sind auch wertvolle Informationslieferanten für die Erdbeobachtung. Gemeint sind aber natürlich nur die namensgebenden elektromagnetischen Wellen. Radarsatelliten senden langwellige Mikrowellenimpulse vom Weltall aus auf die Erde und empfangen die von Objekten reflektierten Mikrowellen. Aber wie wird dieses Echo am Ende eigentlich zu einem Bild? Und überhaupt: Ein Blick auf das elektromagnetische Spektrum zeigt uns: Wichtige Eigenschaften wie Farben, Temperaturen oder Pflanzenaktivitäten sind im Mikrowellenbereich gar nicht messbar. Also was messen Radarsensoren überhaupt?

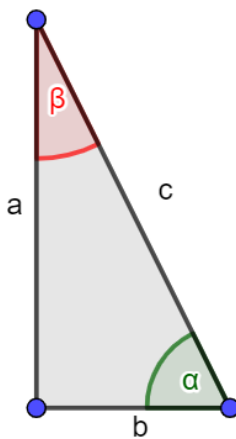
Direktlink: <https://fis.rub.de/lernvideo/von-der-mikrowelle-zum-radarbild-farblose-fernerkundung-aus-dem-weltraum>

Tippkarten

Die folgenden Aufgaben- und Tippkarten können zur Differenzierung während der Aufgabenbearbeitung zur Verfügung gestellt werden. Sie beinhalten Formeln als auch Denkanstöße für eine erfolgreiche Aufgabenbearbeitung.

Zur schnelleren Zuordnung können die Karten beispielweise auf farbiges Papier geklebt werden (blau = Formeln, gelb = Denkanstöße). Sollte dieses nicht vorhanden sein, bietet es sich auch an, einen farbigen Punkt auf die Karte zu malen oder den Rand farbig nachzuziehen. Weiterhin ist es empfehlenswert, die Karten mehrfach auszudrucken und zu laminieren, um sie mehrfach verwenden zu können. Mit einem wasserlöslichen Folienstift können darüber hinaus noch Anmerkungen ergänzt oder Teilaufgaben gestrichen werden.

Trigonometrische Beziehungen in rechtwinkligen Dreiecken



$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{a}{c}$$

$$\sin(\beta) = \frac{b}{c}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{b}{c}$$

$$\cos(\beta) = \frac{a}{c}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{a}{b}$$

$$\tan(\beta) = \frac{b}{a}$$

Formeln für verschiedene Flächeninhalte & Volumen (Du wirst nicht alle Formeln brauchen.)

Flächeninhalte

- a) Quadrat: $A = a * a$
- b) Rechteck: $A = a * b$
- c) Rechtwinkliges Dreieck: $A = \frac{1}{2} * a * b$
- d) Dreieck: $A = \frac{1}{2} * g * h$
- e) Parallelogramm: $A = \frac{1}{2} * a * h$
- f) Trapez: $A = \frac{(a+c)*h}{2}$
- g) Kreis: $A = r^2 * \pi$
- h) Kreissektor: $A = \frac{\alpha}{360^\circ} * r^2 * \pi$

Volumen

- i) Quader: $V = a * b * c$
- j) Prisma: $V = \text{Grundfläche} * h$
- k) Pyramide: $V = \frac{1}{3} * \text{Grundfläche} * h$
- l) Zylinder: $V = \pi * r^2 * h$

g = Grundseite

h = Höhe

Aufgabenhinweis zur Nr.5a (Denkt über jeden Punkt nach, bevor ihr den nächsten Hinweis nutzt.)

- Überlegt euch, wie ein Volumen berechnet wird. Was für Angaben braucht ihr dafür?
- Überlegt euch, welche Angaben ihr bereits aus vorherigen Aufgaben benutzen könnt.
- Ein Volumen wird häufig mit Hilfe einer Grundfläche und der Höhe bestimmt. Wie könntet ihr diesen Ansatz auf den Tagebau anwenden? Überlegt euch dazu, was eure Grundfläche und was eure Höhe darstellt.
- Angenommen die Höhe aus der Volumenformel stellt die durchschnittliche Tiefe des Tagebaus dar. Wie könntet ihr diese berechnen?
- Überlegt euch, wie ihr den Querschnitt vereinfachen und unterteilen könnt, damit ihr leichter Berechnungen durchführen könnt.
- Versucht dazu, den Querschnitt mit bekannten geometrischen Figuren darzustellen.

Aufgabenhinweis zur Schätzfrage „Wie viele Bäume befinden sich auf der Sophienhöhe?“

- Stellt euch zunächst eine Fläche von $10 \times 10 \text{ m}$ vor und überlegt euch wie viele Bäume dort stehen könnten. Bedenkt, dass die Bäume der Sophienhöhe dicht aneinander gepflanzt wurden.
- Rechnet eure Schätzung hoch auf 1 km^2 .
- Wie viele km^2 Wald stehen auf der Sophienhöhe?

Lösungen

1. Aufgabenstellung

Kurzfassung: GEDI schickt Laserstrahlen auf die Erde, während er an der ISS die Erde umkreist. Die Zeit, die der Laserstrahl von der ISS zur Erdoberfläche und wieder zur ISS benötigt, wird genau gemessen. Aus der vergangenen Zeit und der genauen Start- und Endposition des Sensors kann die Position der reflektierenden Oberflächen, (hier: Boden, Bäume), millimetergenau bestimmt werden.

Zusatzinformationen:

GEDI ist ein Instrument an der ISS, welches mit Hilfe von Laserstrahlen Höheninformationen der Oberfläche und der Baumkronen messen kann. Zur Messung wird Lidar (Light Detection and Ranging \approx Auffinden und Entfernungsmessung mittels Licht) benutzt. Hierzu wird die vergangene Zeit zwischen Abschicken des Laserstrahls und Auffangen des reflektierten Strahls genau bestimmt. Die Lichtgeschwindigkeit ist bekannt und konstant. Die Position des GEDI-Sensors wird mit acht oder mehr GPS-Satelliten millimetergenau bestimmt. Aus diesen Daten wird die Position der reflektierenden Oberfläche trianguliert.

Ebenfalls kann die Dichte der Baumkronen bestimmt werden, indem die Intensität des reflektierten Lichtes gemessen wird. Während des Abschickens der Laser und des Auffangens des reflektierten Lichtes bewegt sich die ISS, sodass das reflektierte Licht während des Weiterflugs aufgefangen werden muss. Zur genauen Messung muss folglich die Position des Sensors GEDI immer genau bekannt sein.

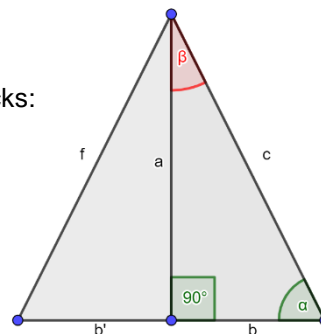
2. Aufgabenstellung

Messung der Grundseite eines rechtwinkligen Dreiecks:

$$\tan(\beta) = \frac{b}{a}$$

$$\beta = 0,3^\circ; a = 400 \text{ km}$$

$$\tan(0,3^\circ) = \frac{b}{400} \Leftrightarrow b = \tan(0,3^\circ) * 400 \Leftrightarrow b \approx 2,1$$



Die beiden äußersten Laserstrahlen von GEDI weisen eine Entfernung von $2 * 2,1 = 4,2 \text{ km}$ auf. Innerhalb dieser $4,2 \text{ km}$ nimmt GEDI Messungen vor.

3. Aufgabenstellung

Es gibt mehrere Lösungswege! Eine Möglichkeit wird unten aufgeführt:

Braune/rote Fläche:

- Zerlege Fläche in drei Teile: Rechteck oben links (A), Rechteck unten (B), Dreieck rechts (C)
 - $A = 1,5 * 2,2 = 3,3 \text{ [km}^2\text{]}$
 - Im Dreieck liegen nur ein Winkel und die Hypotenuse vor, sodass die Katheten noch berechnet werden müssen:
 $a = \sin(53,75^\circ) * 2,79 \approx 2,25$ und $b = \cos(53,75^\circ) * 2,79 \approx 1,65$
 $\Rightarrow C = \frac{1}{2} * a * b = \frac{1}{2} * 2,25 * 1,65 \approx 1,86 \text{ [km}^2\text{]}$
 - Aus C folgt die Höhe des Rechtecks: $B = 7 * 2,25 = 15,75 \text{ [km}^2\text{]}$
- $\text{Fläche}_{\text{gesamt}} = A + B + C = 3,3 + 1,86 + 15,75 = \mathbf{20,91 \text{ [km}^2\text{]}}$

Grüne Fläche / Sophienhöhe:

- Zerlege Fläche in drei Teile: Teilkreis oben (A), Dreieck links (B), gegebene Fläche (C)
 - $A = r^2 * \pi * \frac{\alpha}{360} = 2^2 * \pi * \frac{218,01}{360} \approx 7,61 \text{ [km}^2\text{]}$
 - $B = \frac{1}{2} * a * b$ mit $a = 1,43$ und $b = \frac{a}{\tan(28,46^\circ)} \approx \frac{1,43}{0,54} \approx 2,65$
 $\Rightarrow B = \frac{1}{2} * 1,43 * 2,65 \approx 1,89 \text{ [km}^2\text{]}$
- $\text{Fläche}_{\text{gesamt}} = A + B + C = 7,61 + 1,89 + 4,11 = \mathbf{13,61 \text{ [km}^2\text{]}}$

Gelbe Fläche:

- $\text{gelbe Fl.} = \text{gesamte TagebaufL.} - \text{grüne Fl.} - \text{rote Fl.} = 78,21 - 13,61 - 20,91 = \mathbf{43,69 \text{ [km}^2\text{]}}$

4. Aufgabenstellung

Individuelle Lösung!

Hinweis: Aufgrund von Rundungsfehlern können kleinere Abweichungen zur Musterlösung auftreten, die zu vernachlässigen sind.

5. Aufgabenstellung

- a) Es gibt verschiedene Möglichkeiten, das Volumen des Tagebaus zu bestimmen! Ein Volumen kann durch $V = \text{Grundfläche} * \text{Höhe}$ bestimmt werden. Die Grundfläche wurde bereits in Aufgabe 3 bestimmt, sodass nun die Höhe bzw. Tiefe bestimmt werden muss. Nachfolgend werden dazu drei verschiedene Ansätze aufgeführt. Je weiter die Querschnittsfläche zerlegt wird, desto genauer wird die Lösung und desto mehr Zeit wird in Anspruch genommen. Teil der geschickten Lösung ist es daher, die Form des Tagebauquerschnitt zu vereinfachen.

Variante A:

Vereinfachte Annahme: Der Tagebau hat einen Querschnitt in Form eines Trapezes mit den vier Eckpunkten

$A(132; 5)$, $B(-131; 7,3)$, $C(-131; 9,2)$ und $D(132; 11,9)$.

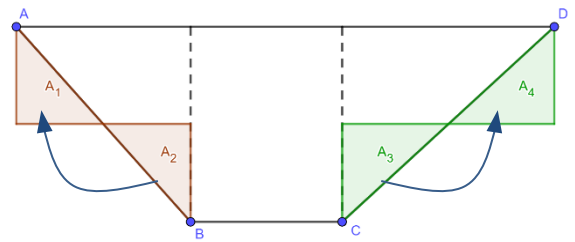
Zur Berechnung der durchschnittlichen Tiefe wird das Trapez in zwei Dreiecke und ein Rechteck zerlegt. Die Tiefe des in der Mitte befindlichen Rechtecks beträgt $132 - (-131) = 263 \text{ [m]}$ und die durchschnittliche Tiefe der Dreiecke beträgt $(132 - (-131)) \cdot \frac{1}{2} = 131,5 \text{ [m]}$

(denn $A_1 = A_2$, $A_3 = A_4$). Die Breite des Tagebauquerschnitts beläuft sich auf $y_D - y_A = 11,9 - 5 = 6,9 \text{ [km]}$, wovon $y_C - y_B = 9,2 - 7,3 = 1,9 \text{ [km]}$ die Unterseite des Trapezes (bzw. die des Rechtecks) und $6,9 - 1,9 = 5 \text{ [km]}$ die Breite der beiden Dreiecke ergeben. Anteilig berechnet, beträgt folglich so berechnet die durchschnittliche Tiefe

$$[Tiefe \text{ Rechteck}] \cdot [Anteil \text{ Breite}_R] + [Tiefe \text{ Dreiecke}] \cdot [Anteil \text{ Breite}_D] \\ = 263 \cdot \frac{1,9}{6,9} + 131,5 \cdot \frac{5}{6,9} \approx 72,42 + 95,29 = 167,71 \text{ [m]}.$$

Somit berechnet sich das Volumen

$$V = [Tagebaufläche] \cdot [durchschnittliche \text{ Tagebautiefe}] \\ = 43,69 \text{ [km}^2] \cdot 167,71 \text{ [m]} = 43.690.000 \text{ [m}^2] \cdot 167,71 \text{ [m]} \approx \mathbf{7.327.249.900 \text{ [m}^3]}.$$



Variante B:

In diesem Ansatz wird die durchschnittliche Tiefe mit Hilfe der Bestimmung eines Flächeninhalts erfolgen. Der Tagebauquerschnitt kann durch ein Trapez für den unteren Teil und zwei Rechtecke für die obersten Stufen modelliert werden. Das blaue Rechteck A hat die Eckpunkte $A(132; 5)$, $B(88; 5)$, $C(88; 11,9)$ und $D(132; 11,9)$, das grüne Rechteck B die Eckpunkte $E(88; 5,4)$, $F(58; 5,4)$, $G(58; 10,8)$ und $H(88; 10,8)$ und das Trapez die Eckpunkte $I(58; 5,7)$, $J(-131; 7,3)$, $K(-131; 9,2)$ und $L(58; 10,4)$.

Das blaue Rechteck A hat den Flächeninhalt

$$A = (|132 - 88|) \cdot (|5.000 - 11.900|) = 44 \cdot 6.900 = 303.600 \text{ [m}^2\text{]}.$$

Das grüne Rechteck B hat den Flächeninhalt

$$B = (|88 - 58|) \cdot (|5.400 - 10.800|) = 30 \cdot 5.400 = 162.000 \text{ [m}^2\text{]}.$$

Das Trapez hat den Flächeninhalt

$$C = \frac{(a+c) \cdot h}{2} = \frac{(|5.700 - 10.400| + |7.300 - 9.200|) \cdot (57 - (-131))}{2} = \frac{(4.700 + 1.900) \cdot 188}{2} = \frac{1.240.800}{2} = 620.400 \text{ [m}^2\text{]}.$$

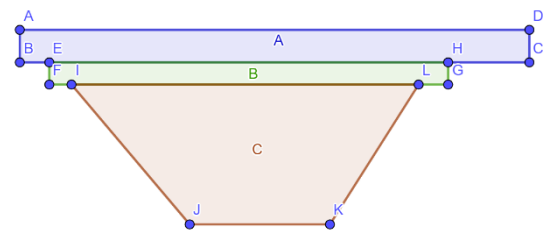
Der Flächeninhalt des Querschnitts beträgt $A + B + C = 303.600 + 162.000 + 620.400 = 1.086.000 \text{ [m}^2\text{]}.$

Der Tagebau ist $6,9 \text{ [km]}$ breit. Angenommen der Tagebau hätte einen Querschnitt in Form eines Rechtecks bei gleichem Flächeninhalt, so erhält man die Höhe bzw. Tiefe durch

$$A = g \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{A}{g} \text{ mit } A = 1.086.000 \text{ [m}^2\text{]} \text{ und } g = 6.900 \text{ [m]} \Rightarrow h = \frac{1.086.000}{6.900} \approx 157,39 \text{ [m]}.$$

Mit anderen Worten: Der Tagebau weist so berechnet eine durchschnittliche Tiefe von $157,39 \text{ m}$ auf. Somit berechnet sich das Volumen

$$V = [Tagebaufläche] \cdot [durchschnittliche \text{ Tagebautiefe}] \\ = 43,69 \text{ [km}^2] \cdot 157,39 \text{ [m]} = 43.690.000 \text{ [m}^2] \cdot 157,39 \text{ [m]} \approx \mathbf{6.876.369.100 \text{ [m}^3]}.$$



Variante C – Berechnung über Integrale:

In diesem Ansatz fließen alle angegebenen Werte in die Berechnung des Flächeninhalts als Eckpunkte für Rechtecke ein. Diese Rechtecke werden über ihre Seitenlängen berechnet und aufaddiert. Es gibt dabei 2 Möglichkeiten: Entweder wird eine untere Schranke (alle Rechtecke sind komplett oberhalb der Querschnittslinie / des Graphen) oder eine obere Schranke (alle Rechtecke liegen auch unterhalb des Graphen) berechnet. Die Berechnung wird umso genauer, je mehr Datenpunkte vorhanden sind. Mit unendlich vielen Datenpunkten würden es unendlich viele Rechtecke mit einer Breite gegen Null geben. Dies entspricht dem Ansatz der Integralrechnung. Beispielhaft sind die folgenden Berechnungen für eine obere Schranke.

Das erste Rechteck R_1 hat die Eckpunkte $A(5; 132)$, $B(5; 88)$, $C(5,4; 88)$ und $D(5,4; 132)$ und den Flächeninhalt: $R_1 = (132 - 88) * (5400 - 5000) = 44 * 400 = 17.600 [m^2]$. Von links nach rechts weiter

$$R_2 = (132 - 58) * (5700 - 5400) = 74 * 300 = 22.200 [m^2].$$

$$R_3 = 125 * 500 = 62.500 [m^2]$$

$$R_4 = 263 * 1100 = 289.300 [m^2]$$

$$R_5 = 263 * 1900 = 499.700 [m^2]$$

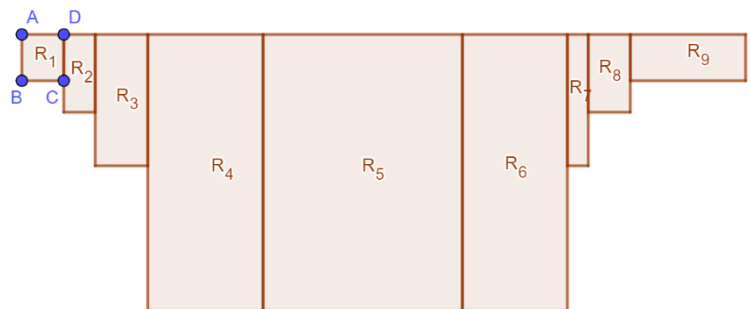
$$R_6 = 263 * 1000 = 263.000 [m^2]$$

$$R_7 = 125 * 200 = 25.000 [m^2]$$

$$R_8 = 74 * 400 = 29.600 [m^2]$$

$$R_9 = 44 * 1100 = 48.400 [m^2]$$

$$A = \sum_{n=1}^9 R_n = 1.257.300 [m^2]$$



Der Tagebau ist 6,9 [km] breit. Angenommen

der Tagebau hätte einen Querschnitt in Form eines Rechtecks bei gleichem Flächeninhalt, so erhält man die Höhe / Tiefe durch $h = \frac{1.257.300}{6900} \approx 182,22 [m]$. Mit anderen Worten: Der Tagebau weist so berechnet eine durchschnittliche Tiefe von 182,22 m auf. Somit berechnet sich das Volumen $V = 43,69 [km^2] * 182,22 [m] = 7.961.191.800 [m^3]$.

- b) Braunkohlemenge bestimmen: $Braunkohle = V [m^3] * [Abraumverhältnis] * 650 [kg/m^3]$

nach Variante A: $Braunkohle = 7.327.249.900 * \frac{1}{6,3} * 650 = 755.986.100.793,65 [kg]$

nach Variante B: $Braunkohle = 6.876.369.100 * \frac{1}{6,3} * 650 = 709.466.653.174,6 [kg]$

nach Variante C: $Braunkohle = 7.961.191.800 * \frac{1}{6,3} * 650 \approx 821.392.804.761,90 [kg]$

- c) Allgemeine Bestimmung der CO₂-Menge durch Braunkohle:

[Gewicht (kg) der Braunkohle] * 2,53 = CO₂ durch Stromerzeugung aus Braunkohle von Hambach

Beispielhafte Lösung (SuS können aufgrund anderer Volumenberechnung abweichende Werte haben):

nach Variante A: $755.986.100.793,65 * 2,53 = 1.912.644.835.007,9 [kg]$

$$\approx 1.912.644.835 t CO_2$$

$$\approx \mathbf{1,9 \text{ Mrd. t } CO_2 \text{ durch Stromerzeugung aus Braunkohle von Hambach}}$$

nach Variante B: $709.466.653.174,6 * 2,53 = 1.794.950.632.531,7 [kg]$

$$\approx 1.794.950.632 t CO_2$$

$$\approx \mathbf{1,8 \text{ Mrd. t } CO_2 \text{ durch Stromerzeugung aus Braunkohle von Hambach}}$$

nach Variante C: $821.392.804.761,90 * 2,53 \approx 2.078.123.796.047,61 [kg]$

$$\approx 2.078.123.796 t CO_2$$

$$\approx \mathbf{2,1 \text{ Mrd. t } CO_2 \text{ durch Stromerzeugung aus Braunkohle von Hambach}}$$

- d) Teils abhängig vom verwendeten Berechnungsverfahren...

Mögliche Antworten:

- i. Generell sind einige Ungenauigkeiten enthalten, die durch die Verwendung echter Daten entstehen. Dies entspricht der wissenschaftlichen Realität, mit der reflektiert gearbeitet werden muss.

- ii. Es wurde nur die CO_2 -Menge der aktuellen Grube betrachtet. Dabei bewegt sich das Abbaugebiet, sodass eigentlich ein wesentlich größeres Volumen abgebaut wurde und noch wird. Für das aktuelle Tagebauvolumen gilt nicht unbedingt das gleiche Abraumverhältnis.
- iii. Der Querschnitt gilt nicht für die komplette aktuelle Tagebaufäche (bspw. gibt es an allen vier Seiten der Grundfläche des Volumens und nicht nur an den zwei Seiten des Querschnitts eine Stufenform).
- iv. Der Querschnitt wurde zu groß/klein abgeschätzt (bereits kleine Änderungen der durchschnittlichen Höhe / Tiefe bewirken größere Veränderungen), sodass die CO_2 -Menge nicht exakt, aber in der richtigen Größenordnung ist.
- v. GEDI erfasst bei einem einmaligen Überflug Datenspur, in denen die Datenpunkte 600 m auseinander liegen. Ein Datenpunkt entspricht einem Umkreis von 25 m am Boden. Bis ein gesamtes Gebiet wie der Tagebau erfasst ist, hat es in diesem Modell ca. zwei Jahre gedauert. In dieser Zeit hat sich der Tagebau weiterbewegt. Hierdurch wird die Genauigkeit des Modells verringert.

6. Aufgabenstellung

Nachdem die SuS zunächst die Anzahl der Bäume auf der Sophienhöhe abgeschätzt haben (Schätzfrage bevor die SuS Nr.6 bearbeiten), wird die gebundene CO_2 -Menge berechnet:

$[\text{Anzahl Bäume auf der Sophienhöhe}] \cdot [\text{gebundenes } \text{CO}_2 \text{ pro Baum}] = [\text{gebundene } \text{CO}_2 - \text{Menge durch die Sophienhöhe}]$

$$\Rightarrow 10.000.000 \cdot 27,62 \text{ kg} = \mathbf{276.200 \text{ t } \text{CO}_2}$$

Hinweis zu den Werten und der Berechnung:

Unter anderem mit Hilfe von GEDI-Daten konnte die Biomasse der Sophienhöhe bestimmt werden, woraus die gebundene CO_2 -Menge errechnet werden konnte. Zur Vereinfachung für die SuS wurde der exakte Wert auf die gepflanzten 10 Millionen Bäume umgerechnet. Dies schließt auch nicht mehr existente Bäume ein. Auch wenn nicht mehr alle 10 Millionen Bäume auf der Sophienhöhe stehen, stimmt somit die errechnete CO_2 -Menge der SuS.

7. Aufgabenstellung

- Unabhängig von den exakten Werten wird bei allen SuS eine sehr große Diskrepanz zwischen der freigesetzten CO_2 -Menge aus der Braunkohle und der gebundenen CO_2 -Menge durch die Sophienhöhe sein. Es sollte $\approx 6.499 \text{ bis } 7.524$ -mal so viel ausgestoßen wie gebunden worden sein bzw. es wurden $\approx 0,13 \text{ bis } 0,15 \text{ ‰}$ von der durch Braunkohle freigesetzten CO_2 -Menge auf der Sophienhöhe gebunden.
- Die freigesetzte CO_2 -Menge bezieht sich dabei lediglich auf den aktuellen Tagebau. Somit wird über die Abbauphase hinweg deutlich mehr CO_2 freigesetzt als hier berechnet.
- Selbst eine flächenmäßig so große Renaturierungsmaßnahme kann nach ca. 30 Jahren nicht ansatzweise die freigesetzte CO_2 -Menge kompensieren.